Prostorni sistem sila i momenata

Uslovi ravnoteže
Moment sile za tačku kao vektorski proizvod
Primer rešavanja prostornih zadataka

Uslovi ravnoteže proizvoljnog sistema sila i spregova

Potrebni i dovoljni uslovi ravnoteže slobodnog krutog tela na koji deluje proizvoljni sistem sila i spregova su:

1. Da je glavni vektor - rezultanta sistema sila jednak nuli
2. Da je glavni moment - rezultujući moment sistema jednak nuli

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i = 0 \qquad \vec{M}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0$$

Uslovi ravnoteže proizvoljnog prostornog sistema sila i spregova

Ako sistem sila i spregova analiziramo u koordinatnom sistemu Oxyz uslovi ravnoteže se mogu napisati

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \qquad \vec{M}_R = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0$$

$$F_{xR} = F_{x1} + F_{x2} + \dots + F_{xn} = \sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0 \qquad M_{xR} = M_{x1} + M_{x2} + \dots + M_{xn} = \sum_{i=1}^{n} M_{xi} = 0$$

$$F_{yR} = F_{y1} + F_{y2} + \dots + F_{yn} = \sum_{i=1}^{n} F_{yi} = 0 \qquad M_{yR} = M_{y1} + M_{y2} + \dots + M_{yn} = \sum_{i=1}^{n} M_{yi} = 0$$

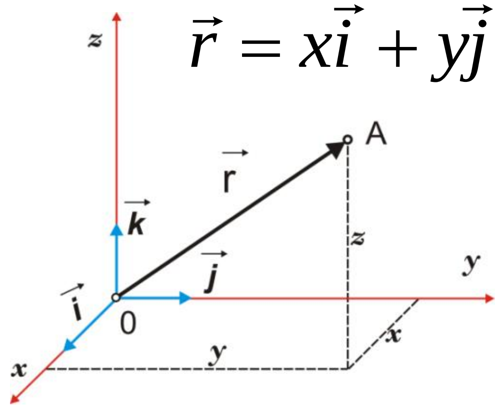
$$F_{zR} = F_{z1} + F_{z2} + \dots + F_{zn} \quad \sum_{i=1}^{n} F_{zi} = 0 \qquad M_{zR} = M_{z1} + M_{z2} + \dots + M_{zn} \quad \sum_{i=1}^{n} M_{zi} = 0$$

Moment sile za tačku prikazan kao vektorski proizvod

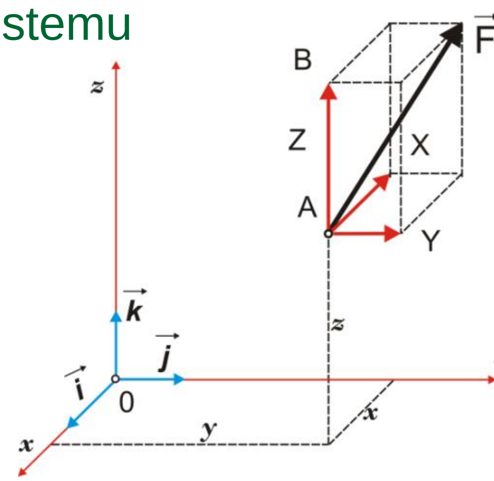
- Ako sila $\vec{F}$ deluje u tački A
- Položaj tačke A može se odrediti vektorom položaja tačke A u Dekartovom koordinatnom sistemu
- Usvojiti koordinatni početak za početak vektora položaja i tačku O oko se koje vrši obrtanje za koordinatni početak
- Moment sile za tačku O definiše se kao vektorski proizvod

Vektor položaja tačke A u Dekartovom koordinatnom sistemu

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

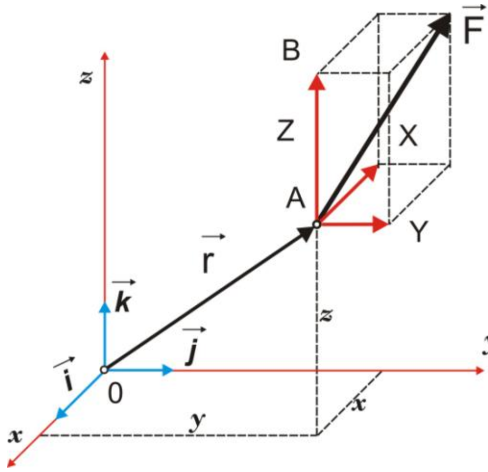


Sila kao vektor u Dekartovom koordinatnom sistemu



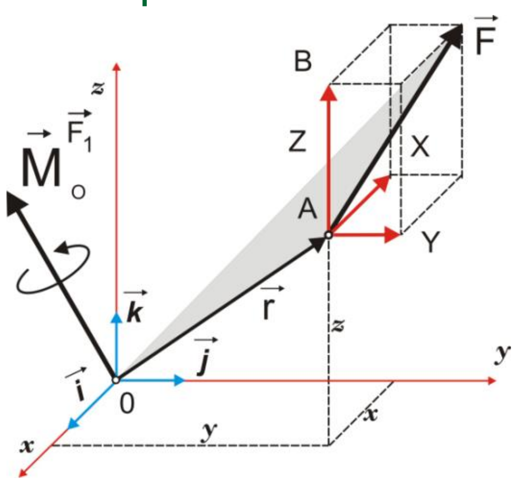
$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$$

Moment sile za tačku prikazan kao vektorski proizvod



$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Moment sile za tačku prikazan kao vektorski proizvod



$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Moment sile za tačku prikazan kao vektorski proizvod

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{vmatrix}$$

Vektor momenta sile za tačku se može, kao i svaki drugi vektor, prikazati preko tri upravne koordinate

Moment sile za tačku prikazan kao vektorski proizvod

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{vmatrix} = M_{Ox}^{\vec{F}}\,\vec{i} + M_{Oy}^{\vec{F}}\,\vec{j} + M_{Oz}^{\vec{F}}\,\vec{k}$$

Vektor momenta sile za tačku se može, kao i svaki drugi vektor, prikazati preko tri upravne koordinate

Moment sile za tačku prikazan kao vektorski proizvod

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & z \\ Y & Z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x & z \\ X & Z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x & y \\ X & Y \end{vmatrix} \vec{k} =$$

$$= M_{Ox}^{\vec{F}} \vec{i} + M_{Oy}^{\vec{F}} \vec{j} + M_{Oz}^{\vec{F}} \vec{k}$$

Moment sile za tačku

Intenziteti komponenata momenta sile za tačku po osama

$$M_{Ox}^{\vec{F}} = \begin{vmatrix} y & z \\ Y & Z \end{vmatrix} = yZ - zY$$

$$M_{Oy}^{\vec{F}} = \begin{vmatrix} x & z \\ X & Z \end{vmatrix} = zX - xZ$$

$$M_{Oz}^{\vec{F}} = \begin{vmatrix} x & y \\ X & Z \end{vmatrix} = xZ - yX$$

Moment sile za tačku

Intenzitet vektora momenta sile za tačku

$$\left|\vec{M}_O^{\vec{F}}\right| = \sqrt{\left(M_{Ox}^{\vec{F}}\right)^2 + \left(M_{Oy}^{\vec{F}}\right)^2 + \left(M_{Oz}^{\vec{F}}\right)^2}$$

Pravac vektora momenta sile za tačku

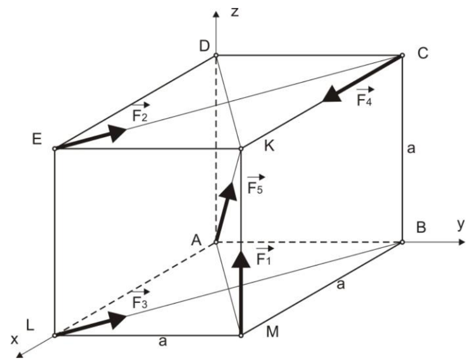
$$\cos\alpha_M = \frac{M_{Ox}^{\vec{F}}}{\left|\vec{M}_O^{\vec{F}}\right|} \qquad \cos\beta_M = \frac{M_{Oy}^{\vec{F}}}{\left|\vec{M}_O^{\vec{F}}\right|} \qquad \cos\gamma_M = \frac{M_{Oz}^{\vec{F}}}{\left|\vec{M}_O^{\vec{F}}\right|}$$

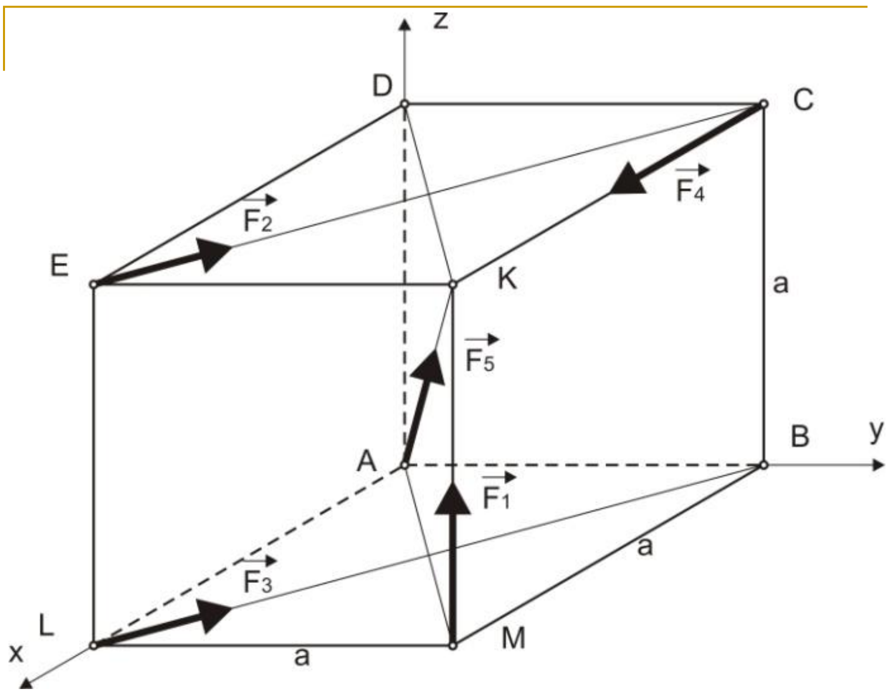
Rezime

- Sila je vektorska veličina koju definiše intenzitet, pravac, smer i napadna tačka
- F - intenzitet sile
- Projekcije sile u pravcima osa Dekartovog koordinatnog sistema
- Projekcije vektora sile na ose su **skalarne** veličine
  - $F_X = X$,
  - $F_Y = Y$,
  - $F_Z = Z$.
- Projekcije na ravni u Dekartovom koordinatnom sistemu
- Projekcije vektora sile na koordinatne ravni su **vektorske** veličine

Zadatak 1.

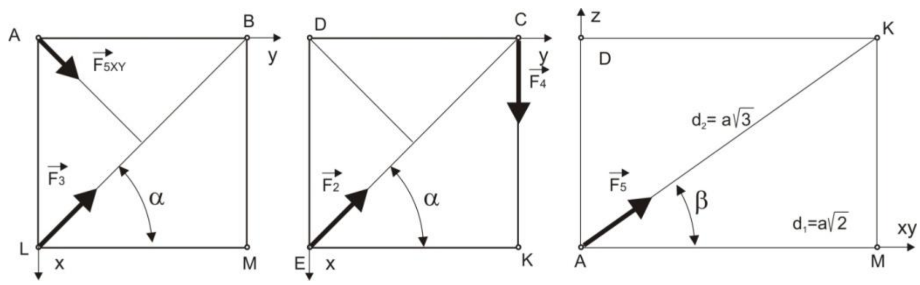
- Na pravougli paralelopiped strana a=b=c=10cm, dejstvuju sile čiji intenziteti su $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = 10$ daN. Redukovati ovaj sistem u tačku A.





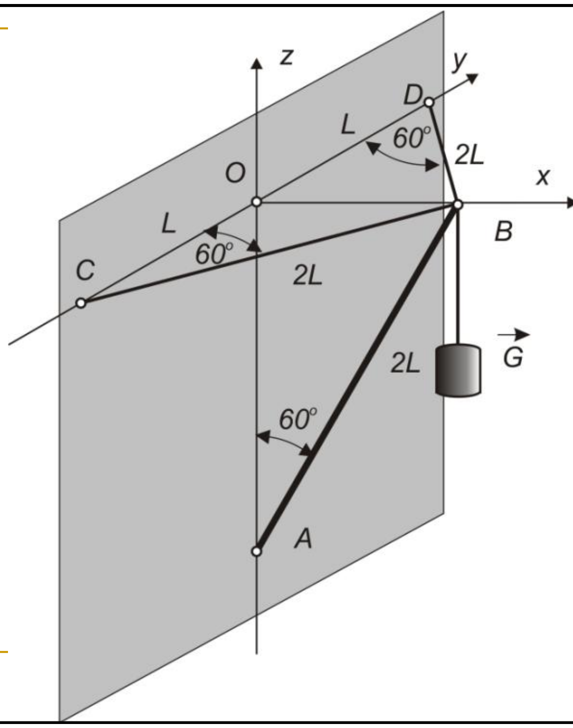
Zadatak 1

- preseci po ravnima i duž dijagonale

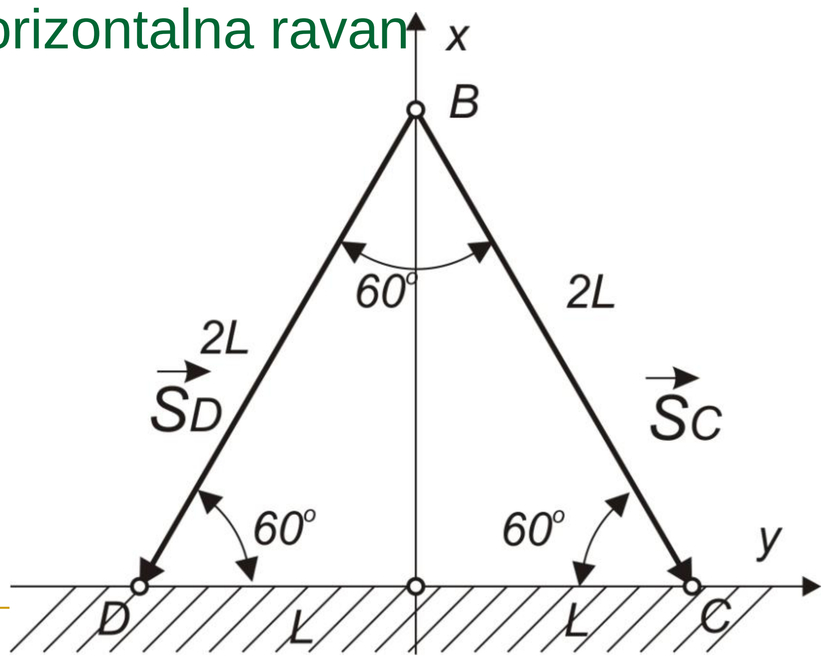


Zadatak 2.

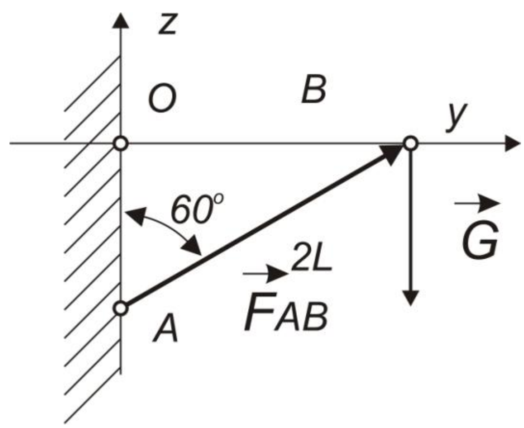
- Štap AB dužine 2L vezan je u tački A za vertikalni zid na rastojanju OA=l od tačke O. Kraj štapa B pridržavaju dva horizontalna zategnuta užeta DC=BD jednakih dužina vezani u tačkama C i D za zid na jednakom rastojanju od tačke O. OC=OD=0.5 BC.
- Odrediti silu u užadima i silu u štapu.



Horizontalna ravan



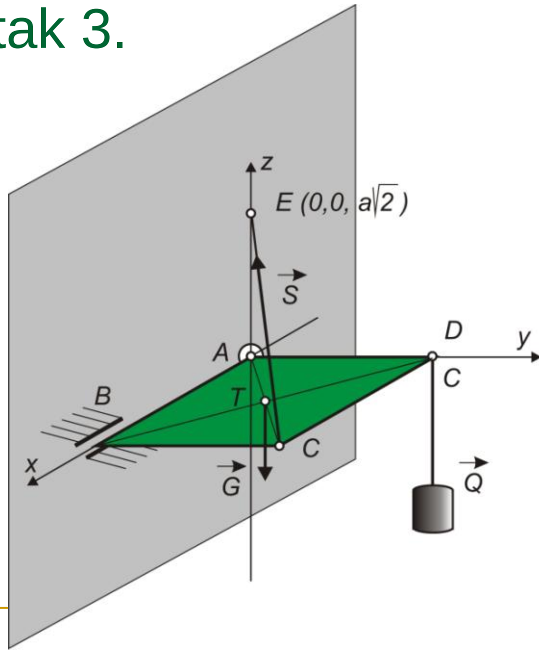
Vertikalna ravan



Zadatak 3.

- Homogena kvadratna ploča, težine G i stranice a, vezana je za postolje sfernim zglobom A i cilindričnim zglobom B, a u tački C pridržava se užetom CE. Odrediti sve reakcije veza ako su koordinate tačke E(0,0,1.41a) i Q=2G.

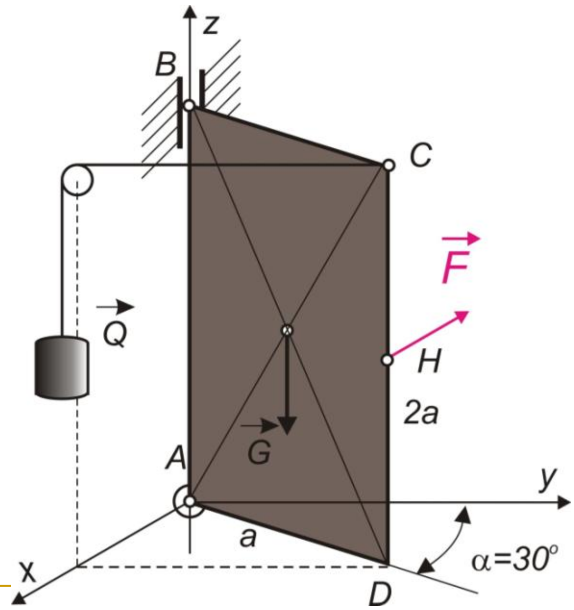
Zadatak 3.



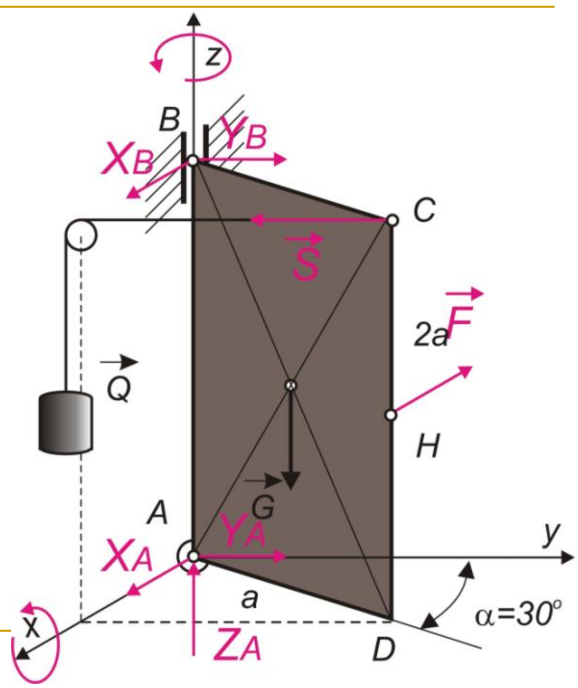
Zadatak 4.

- Vertikalno postavljena homogena vrata ABCD, težine G i stranica a i 2a, nalaze se u ravnotežnom položaju. U tački C vezano je uže i prebačeno preko kotura E, na čijem je kraju Q. Deo užeta CE je paralelan sa osom y. Vrata su u ravnoteži pod uglom a=30^{o} u odnosu na vertikalnu ravan Ayz. Odrediti horizontalnu silu F koja deluje upravno na vrata u tački H, na sredini stranice CD, kao i reakcije veza. Uzeti Q=2G.

Zadatak 4.



Zadatak 4.



Zadatak 4. horizontalna ravan