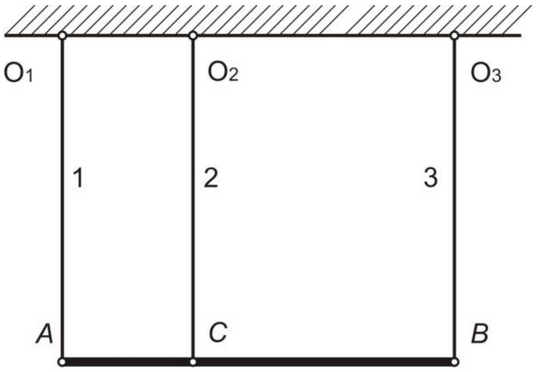
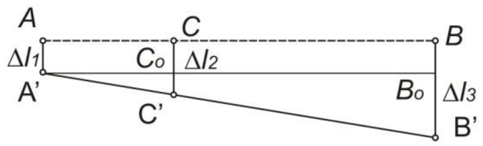
Zadatak 2.8. (statički neodređen)

Greda AB, težine G=280N, dužine AB=0.6m obešena je pomoću tri jednake čelične šipke o tavan, CB=2 AC. Odrediti sile u šipkama.





1) $\sum Y_i = F_1 + F_2 + F_3 - G = 0$

2) $\sum M_B = F_1 \cdot l + F_2 \frac{2}{3} l - G \frac{1}{2} l = 0$

Uočava se da imaju dve jednačine a tri nepoznate. Dopunska jednačina je iz uslova da je okačena greda prava pa da ugib ispod užeta 2 mora zadovoljiti sledeći uslov koji proizilazi iz sličnosti trouglova na slici pomeranja.

$\Delta A C_o C' \cong \Delta A B_o B'$

$$\frac{\overline{C_o C'}}{\overline{A' C_o}} = \frac{\overline{B_o B'}}{\overline{A' B_o}}$$

$$\overline{C_o C'} = \Delta l_2 - \Delta l_1\,; \quad \overline{A' C_o} = \frac{\overline{AB}}{3} = \frac{L}{3}; \quad \overline{B_o B'} = \Delta l_3 - \Delta l_1\,; \quad \overline{A' B_o} = \overline{AB} = L\,;$$

$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{\frac{L}{3}} = \frac{\Delta l_3 - \Delta l_1}{L}$ *odnosno*

$-2\Delta l_1 + 3\Delta l_2 - \Delta l_3 = 0$

$\Delta l_1 = \frac{F_1 . l}{E \cdot A};\ \ \Delta l_2 = \frac{F_2 . l}{E \cdot A};\ \ \Delta l_3 = \frac{F_3 . l}{E \cdot A};$

$-2\frac{F_1 . l}{E \cdot A} + 3\frac{F_2 . l}{E \cdot A} - \frac{F_3 . l}{E \cdot A} = 0$ odavde se dobija jednačina 3)

3) $-2 \cdot F_1 + 3 \cdot F_2 - F_3 = 0$

Iz jednačine 1) $F_1 + F_2 + F_3 = G \rightarrow F_3 = G - F_1 - F_2$

Iz jednačine 2) $6F_1 + 4F_2 = 3G \rightarrow F_2 = \frac{3G - 6F_1}{4}$

Zamenom F_2 u 1) $F_3 = G - F_1 - F_2 = \frac{4G - 4F_1 - 3G + 6F_1}{4} = \frac{G + 2F_1}{4}$

Zamenom izraza iz jednačina 1 i 2 u 3) dobija se F_1

$-2 \cdot F_1 + 3 \cdot \frac{3G - 6F_1}{4} - \frac{G + 2F_1}{4} = 0$

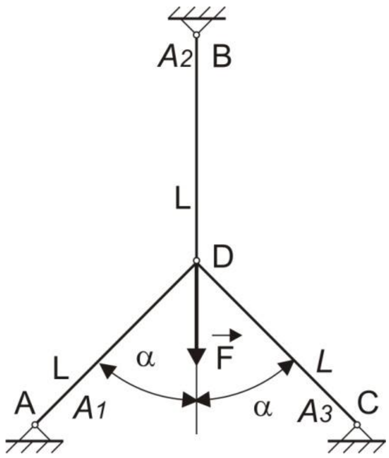
$-8 \cdot F_1 + 9G - 18F_1 \cdot -G - 2F_1 = 0 \ \rightarrow F_1 = \frac{2G}{7} = 80N$

$F_3 = \frac{G + 2F_1}{4} = \frac{280 + 160}{4} = 110N$

$F_2 = \frac{3G - 6F_1}{4} = \frac{840 - 480}{4} = 90N$

Zadatak 2.9. (statički neodređen)

Tri čelična štapa međusobno su spojena zglobom D i vezani su za postolja zglobovima A,B i C. Dimenzionisati štapove ako su kružnog poprečnog preseka jednakih prečnika i ako je sila F= 50 kN. Dozvoljeni naponi iznose σ_{de} =120MPa i σ_{dc} = 60 MPa. Odrediti pomeranje tačke D, ako je L = 30 cm, a modul elastičnosti E = 2 •10^5 MPa i ugao α=30°. Zanemariti težinu štapova.



Sistem je statički nerešiv jer su sile sučeljne pa se mogu postaviti samo dve jednačine a treća je spregnuta

$\sum X_i = F_1 sin\alpha - F_3 sin\alpha = 0$ i

$\sum Y_i = F_1 cos\alpha + F_2 + F_3 cos\alpha - F = 0$

$\sum M_A = F_2 \cdot Lsin\alpha + F_3 cos\alpha \cdot 2Lsin\alpha - F \cdot Lsin\alpha = 0$

1) $\rightarrow F_1 = F_3$

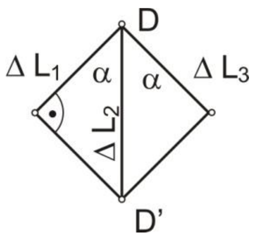
2) $\rightarrow 2F_1 cos\alpha + F_2 - F = 0 \rightarrow F_2 = F - 2F_1 cos\alpha$

I spregnuta jednačina

$(F - 2F_3 cos\alpha\ ) \cdot Lsin\alpha + F_3 cos\alpha \cdot 2Lsin\alpha - F \cdot Lsin\alpha = 0\ |: Lsin\alpha$

$F - 2F_3 cos\alpha\ + 2F_3 cos\alpha \cdot -F = 0$

Iz otpornosti može se odrediti plan pomeranja tačke D i utvrditi izduženje jednog i skraćenje druga dva štapa



$\Delta L_1 = \Delta L_2 cos\alpha$

$\Delta L_1 = \frac{F_1 \cdot L}{EA}$

$\Delta L_2 = \frac{\sigma_{de}}{E} \cdot L = \frac{F_2 \cdot L}{EA}$

$\frac{F_1 \cdot L}{EA} = \frac{F_3 \cdot L}{EA} = \frac{F_2 \cdot L}{EA} \cdot cos\alpha \rightarrow F_1 = F_2 \cdot cos\alpha$

$F_2 = F - 2F_1 cos\alpha = F - 2F_2 \cdot cos^2\alpha$

$$F_2 = \frac{F}{1+2\cdot cos^2\alpha} = \frac{50\cdot 10^3}{1+2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4\cdot 50\cdot 10^3}{4+6} = 20 \cdot 10^3\ N$$

$$F_1 = F_2 \cdot cos\alpha = 20 \cdot 10^3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17.32 \cdot 10^3 N$$

Dimenzionisanje štapova

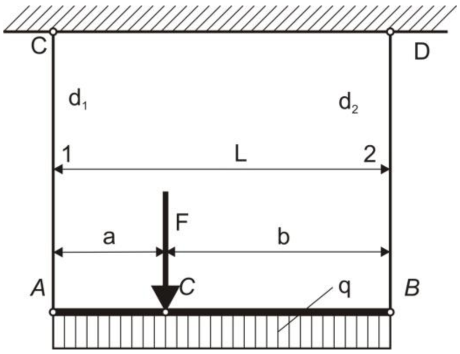
$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} \le \sigma_{dc} \rightarrow A_1 = \frac{F_1}{\sigma_{cd}} = \frac{d^2\cdot\pi}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4F_1}{\sigma_{dc}\cdot\pi}} = \sqrt{\frac{4\cdot 17.32\cdot 10^3}{\pi\cdot 60\cdot 10^6}} = 0.0192m$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A} \le \sigma_{de} \rightarrow A_1 = \frac{F_1}{\sigma_{cd}} = \frac{d^2\cdot\pi}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4F_1}{\sigma_{de}\cdot\pi}} = \sqrt{\frac{4\cdot 20\cdot 10^3}{\pi\cdot 120\cdot 10^6}} = 0.0145m$$

Pošto je za dimenzionisanje merodavan veći prečnik traženi prečnik je d=19.2 mm koji se standardizuje na prvu veću vrednost odnosno d=20 mm.

Zadatak 2.10 (R. 77)

Greda AB obešena je o dve okrugle žice, od istog materijala, iste dužine a različitih prečnika d1 i d2. Na kom mestu grede treba obesiti F da bi greda ostala horizontalna? Uticaj težine žica zanemariti.



Da bi greda ostala horizontalna izduženja obe žice moraju biti ista.

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 \cdot L}{E} = \frac{4 \cdot F_1 \cdot L}{d_1^2 \cdot \pi \cdot E} = \Delta l_2 = \frac{4 \cdot F_2 \cdot L}{d_2^2 \cdot \pi \cdot E}$$

$$\rightarrow F_1 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot F_2 = \Psi^2 \cdot F_2$$

Statički uslovi ravnoteže

1) $\sum X_i = 0$
2) $\sum Y_i = F_1 + F_2 - F_q - F = 0$
3) $\sum M_A = F_2 \cdot L - Fa - F_q \frac{1}{2} l = 0$

Zamenom odnosa $F_1 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot F_2$ u 2) dobija se

$F_2 = \frac{F+F_q}{1+\Psi^2}$

Iz 3) može se takođe izraziti F2 kao

$F_2 = F\frac{a}{L} + \frac{F_q}{2}$

Izjednačavanjem ova dva izraza dobija se a

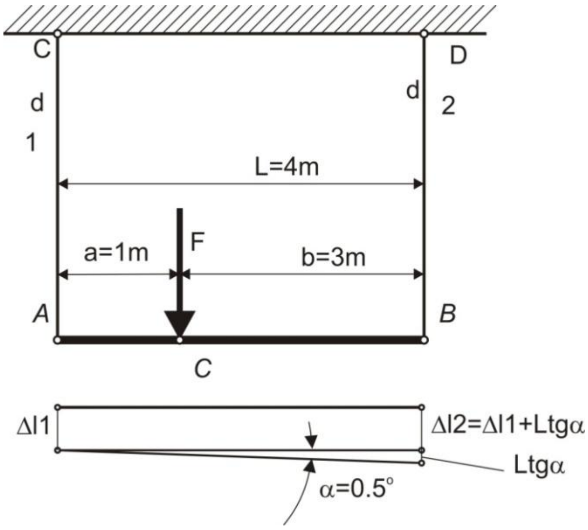
$\frac{F+F_q}{1+\Psi^2} = F\frac{a}{L} + \frac{F_q}{2}$

$F\frac{a}{L} = +\frac{F_q}{2} - \frac{F+F_q}{1+\Psi^2}$

$$a = \frac{2F + F_q(1-\Psi^2)}{2F(1+\Psi^2)}$$

Zadatak 2.11

Greda AB obešena je o dve okrugle žice, od istog materijala, dužine L=80m, istih prečnika i površina A=1cm^2. Na a=1m grede deluje sila F =20kN. Uticaj težine žica i grede zanemariti zanemariti. Odrediti modul elastičnosti ako se pod dejstvom sile greda zakosi za ugao α_{max}=0.5^o.



$A = 1cm^2 = 1 \cdot 10^{-4} m^2$

$F = 20\ kN = 20 \cdot 10^3 N$

1) $\sum X_i = 0$
2) $\sum Y_i = F_1 + F_2 - F = 0$
3) $\sum M_B = F_2 \cdot L + Fa = 0$

$$F_2 = F\frac{a}{L} = 20 \cdot 10^3 \frac{1}{4} = 5 \cdot 10^3 N$$

$$F_1 = F - F_2 = 20 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 = 15 \cdot 10^3 N$$

Uslov da je maksimalni ugao definiše maksimalnu razliku izduženja žica.

$\Delta l_1 = \Delta l_2 + l \cdot tg\alpha$

Hukov zakon $\sigma_e = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \Delta l_1 = \frac{\sigma_1 \cdot l}{E} = \frac{F_1 \cdot l}{A \cdot E}$

$\Delta l_1 = \Delta l_2 + L \cdot tg\alpha$

$\frac{F_1 \cdot l}{A \cdot E} = \frac{F_2 \cdot l}{A \cdot E} + L \cdot tg\alpha \Big| \cdot \frac{A \cdot E}{l}$

$F_1 = F_2 + A \cdot E \cdot \frac{L}{l} tg\alpha$

$E = \frac{(F_1 - F_2) \cdot l}{L \cdot A \cdot tg\alpha} = \frac{(15-5) \cdot 10^3 \cdot 80}{4 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot tg\, 0.5°} = \frac{10 \cdot 80}{4 \cdot 0.034906} = 22917.73 \cdot 10^7 Pa = 2.292 \cdot 10^{11}\ Pa$

$$E = 2.292 \cdot 10^5\ MPa$$